# Selectividad Matemáticas II junio 2018, Andalucía

Pedro González Ruiz

14 de junio de 2018

## 1. Opción A

**Problema 1.1** Hallar los coeficientes $a$, $b$ y $c$ sabiendo que la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ tiene en $x=1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica de $f$ pasa por el punto $(1,1)$.

Por el enunciado es $f(1)=1$ y $f'(1)=0$. Por tanto:

$$1=f(1)=1+a+b+c\Longrightarrow a+b+c=0$$

Además:

$$f'(x)=3x^2+2ax+b\Longrightarrow 0=f'(1)=3+2a+b\Longrightarrow 2a+b=-3$$

También $f''(x)=6x+2a$, $f'''(x)=6\neq 0$. Si $f''(1)\neq 0$, entonces $x=1$ sería un extremo (máximo, si $f''(1)<0$; mínimo si $f''(1)>0$). Como el enunciado dice que no lo es, ha de ser $f''(1)=0$, es decir:

$$0=f''(1)=6+2a\Longrightarrow 2a=-6\Longrightarrow a=-3$$

Sustituyendo:

$$2a+b=-3,\ \{a=-3\}\Longrightarrow -6+b=-3\Longrightarrow b=3$$

Por último

$$a+b+c=0,\ \{a=-3,\ b=3\}\Longrightarrow -3+3+c=0\Longrightarrow c=0$$

En conclusión:

$$a=-3,\ b=3,\ c=0$$

Aquí damos el problema por acabado. No obstante, aseguremos que $x=1$ no es un extremo. En fin, tenemos:

$$f(x)=x^3-3x^2+3x=(x-1)^3+1$$

Sea $\Delta f(x_0,h)=f(x_0+h)-f(x_0)$. Supongamos $h>0$ muy pequeño, entonces:

$$\Delta f(1,h)=f(1+h)-f(1)=(1+h-1)^3+1-1=h^3>0$$

$$\Delta f(1,-h)=f(1-h)-f(1)=(1-h-1)^3+1-1=(-h)^3=-h^3<0$$

En otras palabras, la variación $\Delta f$ no mantiene un signo constante en el intervalo $[1-h,1+h]$, luego $x=1$ **no es un extremo** (recordemos que para que haya un extremo, el signo debe ser igual en ambos lados).

**Problema 1.2** Consideremos las funciones $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = |x^2 - 2x|$.

1. Esbozar el recinto limitado por las gráficas de $f$ y $g$ y calcular los puntos de corte de dichas gráficas.
2. Calcular el área del recinto limitado por las gráficas de $f$ y $g$.

La gráfica de la función $f$ es una parábola, por tanto, averiguando los cortes con los ejes, el vértice y la concavidad o convexidad es suficiente. Sea $y = f(x) = 6x - x^2$. Para $x = 0 \Longrightarrow y = f(0) = 0$, luego un corte es $O(0,0)$. Al revés, para $y = 0$, es

$$6x - x^2 = 0 \Longrightarrow x(6 - x) = 0 \Longrightarrow x = 0 \text{ o } x = 6$$

En definitiva, tenemos dos cortes: $(0,0)$ y $(6,0)$. Veamos el vértice:

$$f'(x) = 6 - 2x = 0 \Longrightarrow x = 3 \Longrightarrow y = f(3) = 9$$

es decir, el punto $V(3,9)$ es el vértice. Por último, $f''(x) = -2 < 0$, luego $f$ es cóncava.

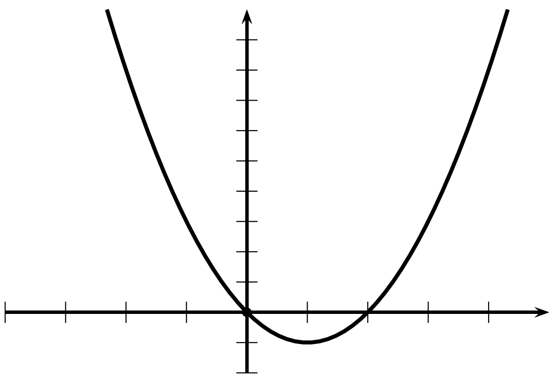
Es sabido, que dada una función $p(x)$, dibujar $|p(x)|$ es equivalente a dibujar $p(x)$ (sin el valor absoluto), y a continuación, la parte de $p$ situada encima del eje de abscisas (parte positiva) se deja como está, y la que está debajo de dicho eje (la parte negativa) se simetriza respecto de dicho eje. Esto es así debido a la definición de valor absoluto:

$$|u| = \begin{cases} u, & \text{si } u \geq 0 \\ -u, & \text{si } u < 0 \end{cases} \Longrightarrow |p(x)| = \begin{cases} p(x), & \text{si } p(x) \geq 0 \\ -p(x), & \text{si } p(x) < 0 \end{cases}$$

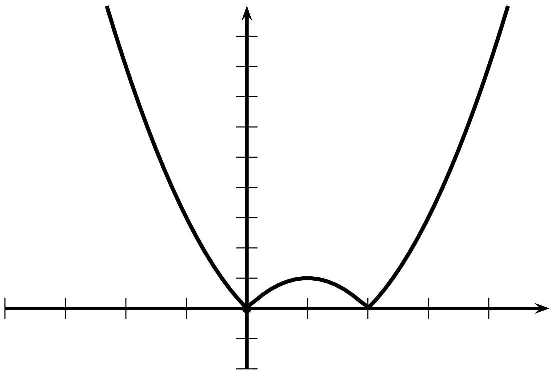
En conclusión, dibujamos $y = h(x) = x^2 - 2x$ y aplicamos el procedimiento explicado. La gráfica de $h$ es una parábola. Comencemos con los cortes, para $x = 0 \Longrightarrow y = 0$. Al revés, si $y = 0 \Longrightarrow x(x-2) = 0$, luego $x = 0$ ó $x = 2$, por lo cual, la parábola corta a los ejes en los puntos $(0,0)$ y $(2,0)$. Ahora el vértice:

$$h'(x) = 2x - 2 \Longrightarrow 2(x - 1) = 0 \Longrightarrow x = 1$$

Como $h''(x) = 2 > 0$, $h$ es convexa y $x = 1$ es un mínimo de valor $h(1) = -1$, luego el vértice es $V(1,-1)$. En fin, la gráfica de $h$ es:



y la de $g$ es, por tanto:



Calculemos los puntos de corte de $f$ y $g$. Para ello, hemos de resolver la ecuación

$$6x - x^2 = |x^2 - 2x| = \begin{cases} x^2 - 2x \\ 2x - x^2 \end{cases}$$

La primera:

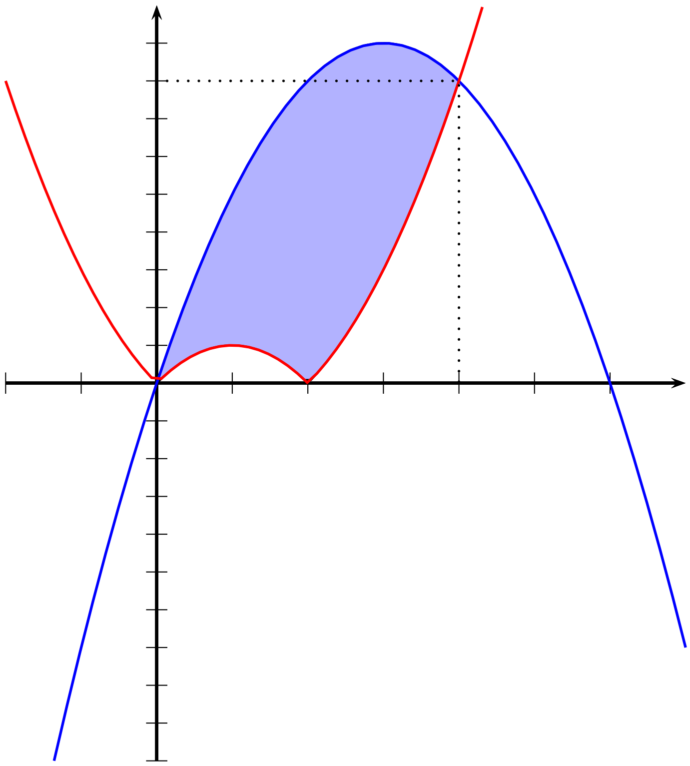
$$6x - x^2 = x^2 - 2x \Longrightarrow 2x^2 - 8x = 0 \Longrightarrow 2x(x-4) = 0 \Longrightarrow x = 0, 4$$

La segunda:

$$6x - x^2 = 2x - x^2 \Longrightarrow 4x = 0 \Longrightarrow x = 0$$

Por consiguiente, los puntos comunes a ambas curvas son $x = 0$ y $x = 4$.

El recinto es, por tanto ($f$ en azul y $g$ en rojo):



Para la segunda parte, el intervalo de integración es $I = [0, 4]$, $f$ domina a $g$ en $I$, luego:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^4 \left[(6x - x^2) - |x^2 - 2x|\right]\, dx = \\ &= \int_0^2 \left[(6x - x^2) - (2x - x^2)\right]\, dx + \int_2^4 \left[(6x - x^2) - (x^2 - 2x)\right]\, dx \end{aligned}$$

La primera:

$$\int_0^2 \left[(6x - x^2) - (2x - x^2)\right]\, dx = \int_0^2 4x\, dx = 2\left[x^2\right]_0^2 = 8$$

La segunda:

$$\int_2^4 \left[(6x - x^2) - (x^2 - 2x)\right]\, dx = \int_2^4 (8x - 2x^2)\, dx = \left[4x^2 - \frac{2x^3}{3}\right]_2^4 = \frac{32}{3}$$

Por último

$$S = 8 + \frac{32}{3} = \frac{56}{3}$$

**Problema 1.3** Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{\begin{aligned} x + 2y + (m+3)z &= 3 \\ x + y + z &= 3m \\ 2x + 4y + 3(m+1)z &= 8 \end{aligned}\right.$$

1. Discutirlo según los valores del parámetro $m$.
2. Resolver el sistema para $m = -2$.

Para discutirlo, vamos a utilizar la **reducción gaussiana**, y para ello, recordamos las operaciones elementales de fila:

1. $C_{ij}$ = cambiar las filas $i, j$.
2. $M_i(k)$ = multiplicar la fila $i$ por el número $k \neq 0$.
3. $S_{ij}(k)$ = sumar a la fila $i$ la fila $j$ multiplicada por el número $k$.

Sea $A$ y $A'$ las matrices de los coeficientes y ampliada, respectivamente. Directamente operamos con $A'$: En fin:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & m+3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 3m \\ 2 & 4 & 3(m+1) & 8 \end{pmatrix} \Longrightarrow \{S_{21}(-1), S_{31}(-2)\} \Longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & m+3 & 3 \\ 0 & -1 & -m-2 & 3m-3 \\ 0 & 0 & m-3 & 2 \end{pmatrix}$$

Esta matriz tiene rango 3 independiente del valor de $m$, es decir, $r(A') = 3$ para cualquier valor de $m$. Para $m = 3$, $A$ queda como:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 6 \\ 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

cuyo rango es 2, debido a la fila de ceros. Luego, en este caso, el sistema es incompatible.

En segundo lugar, si $m \neq 3$, el vector cero $(0, 0, 0)$ no aparece en $A$, luego $r(A) = 3$, y el sistema es de Cramer, es decir, tiene solución única.

Para la segunda parte, sustituyendo en la matriz ampliada $m = -2$, resulta:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

La tercera fila es $-5z = 2 \Longrightarrow z = -\dfrac{2}{5}$. La segunda es $-y = -9 \Longrightarrow y = 9$. Sustituyendo estos valores en la primera $x + 2y + z = 3$ obtenemos $x = -\dfrac{73}{5}$. En conclusión:

$$x = -\frac{73}{5},\ y = 9,\ z = -\frac{2}{5}$$

**Problema 1.4** Consideremos los puntos $P(1, 0, -1)$, $Q(2, 1, 1)$ y la recta $r$ dada por:

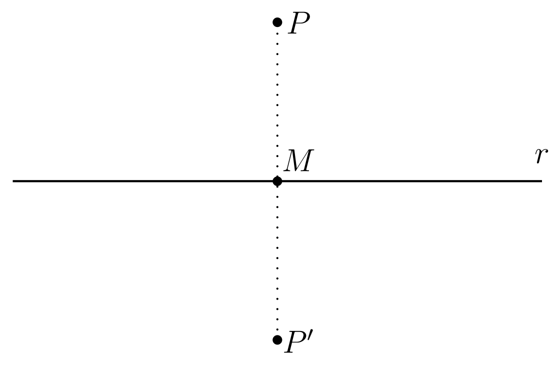
$$r \equiv x - 5 = y = \frac{z+2}{-2}$$

1. Determinar el punto simétrico de $P$ respecto de $r$.
2. Calcular el punto de $r$ que equidista de $P$ y $Q$.

Parametrizamos $r$:

$$x - 5 = y = \frac{z+2}{-2} = t \Longrightarrow \begin{cases} x = 5 + t \\ y = t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$$

Un vector director de $r$ es $\vec{u} = (1, 1, -2)$. Sea $P'$ el punto simétrico de $P$ y $M$ el punto medio del segmento $PP'$ (ver figura):




Como $M \in r$, es $M(5 + t, t, -2 - 2t)$ para un cierto $t$. Por otro lado:

$$\overrightarrow{PM} = M - P = (5 + t, t, -2 - 2t) - (1, 0, -1) = (4 + t, t, -1 - 2t) \perp \vec{u}$$

luego $\overrightarrow{PM} \cdot \vec{u} = 0$, o bien:

$$(4 + t, t, -1 - 2t) \cdot (1, 1, -2) = 0 \Longrightarrow 4 + t + t + 2 + 4t = 0 \Longrightarrow t = -1$$

Por tanto

$$M(4, -1, 0),\ \overrightarrow{PM} = (3, -1, 1)$$

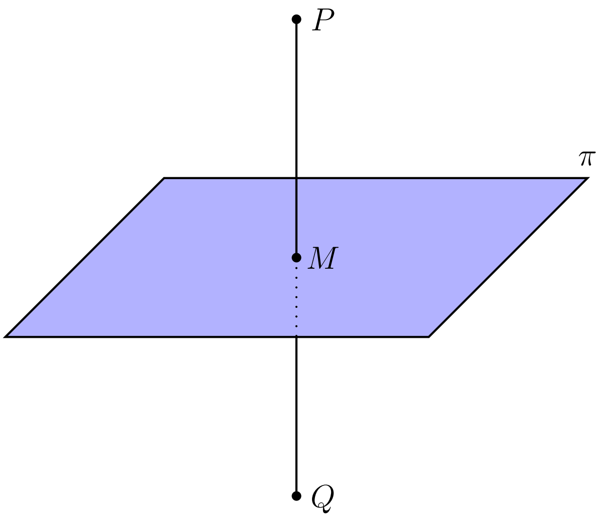
También $\overrightarrow{PP'} = 2\overrightarrow{PM}$, o bien

$$P' = P + 2\overrightarrow{PM} = (1, 0, -1) + 2(3, -1, 1) = (7, -2, 1)$$

En conclusión

$$P'(7,-2,1)$$

Para la segunda parte, sea $\pi$ el plano mediatriz del segmento $PQ$. En este plano están todos los puntos que equidistan de $P$ y $Q$ (ver figura).




El vector $\vec{n} = \overrightarrow{PQ} = (1,1,2)$ es perpendicular a $\pi$. El punto medio $M$ del segmento $PQ$ es:

$$M\left(\frac{1+2}{2}, \frac{0+1}{2}, \frac{-1+1}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$$

luego $\pi \equiv x + y + 2z + \lambda = 0$. Como $M \in \pi$, es:

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{2} + 2 \cdot 0 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -2 \Longrightarrow \pi \equiv x + y + 2z - 2 = 0$$

El punto $R$ que vamos buscando es tal que $R \in r$ y $R \in \pi$, luego $R(5+t, t, -2-2t)$. Sustituyendo en la ecuación de $\pi$:

$$(5+t) + t + 2(-2-2t) - 2 = 0 \Longrightarrow t = -\frac{1}{2}$$

y por tanto

$$R(5+t, t, -2-2t) = \left(5 - \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right) = \left(\frac{9}{2}, -\frac{1}{2}, -1\right)$$

es decir

$$R\left(\frac{9}{2}, -\frac{1}{2}, -1\right)$$

# 2. Opción B

**Problema 2.1** Determinar $k \neq 0$ sabiendo que que la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2, & \text{si } x \leq 1 \\ \dfrac{2}{kx}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

es derivable.

Estudiemos primero la continuidad de $f$. Los dos trozos de $f$ son funciones continuas, el primero porque es un polinomio, y el segundo, al ser un cociente, el único problema está en los puntos que anulan el denominador, es decir, $x = 0$, que no procede, pues en ese trozo, esto no puede ocurrir ya que $x > 1$. Como el enunciado afirma que $f$ es derivable, entonces, $f$ es continua en $x = 1$. Ahora bien:

$$f(1^-) = 3 - k(1)^2 = 3 - k,\ f(1^+) = \frac{2}{k}$$

Por tanto, es $3-k = \frac{2}{k}$, o bien, $k^2 - 3k + 2 = 0$. Resolviendo esta cuadrática obtenemos $k = 1, 2$. Derivando:

$$f'(x) = \begin{cases} -2kx, & \text{si } x < 1 \\ -\dfrac{2}{kx^2}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

De aquí

$$f'(1^-) = -2k,\ f'(1^+) = -\frac{2}{k}$$

Como la función es derivable, ha de ser $f'(1^-) = f'(1^+)$, es decir:

$$-2k = -\frac{2}{k} \Longrightarrow k^2 = 1 \Longrightarrow k = \pm 1$$

Juntando este dato con el resultado anterior $k = 1, 2$, resulta $k = 1$, que es la respuesta a la pregunta del problema.

**Problema 2.2** Consideremos las funciones $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, definidas como $f(x) = 3 - x^2$ y $g(x) = -\dfrac{x^2}{4}$.

1. Calcular la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f$ en el punto de abscisa $x = 1$ y comprueba que también es tangente a la gráfica de $g$. Determinar el punto de tangencia con la gráfica de $g$.

2. Esbozar el recinto limitado por la recta $y = 4-2x$ y las gráficas de $f$ y $g$. Calcular todos los puntos de corte entre las gráficas (y la recta).

3. Calcular el área del recinto descrito en el apartado anterior.

La recta tangente a $f$ en $x = 1$ es:

$$y = f(1) + f'(1)(x-1) = \left\{ \begin{array}{l} f(1) = 3 - 1 = 2 \\ f'(x) = -2x \Longrightarrow f'(1) = -2 \end{array} \right\} = 2 - 2(x-1) = -2x + 4$$

La recta tangente a $g$ en un punto $x_0$ es:

$$y = g(x_0) + g'(x_0)(x - x_0) = x \cdot g'(x_0) + g(x_0) - x_0 g'(x_0) = \left\{ \begin{array}{l} g'(x) = -x/2 \\ g'(x_0) = -x_0/2 \end{array} \right\} =$$

$$= -x \cdot \frac{x_0}{2} + \left( -\frac{x_0^2}{4} + \frac{x_0^2}{2} \right) = -x \cdot \frac{x_0}{2} + \frac{x_0^2}{4}$$

Identificando, ha de ser

$$-x \cdot \frac{x_0}{2} + \frac{x_0^2}{4} = -2x + 4 \Longrightarrow \frac{x_0}{2} = 2 \Longrightarrow x_0 = 4$$

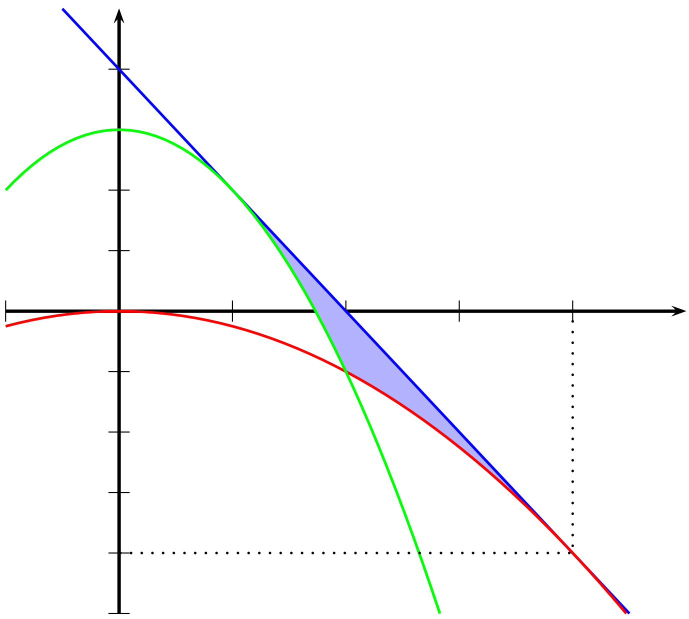
También
$$\frac{x_0^2}{4} = 4 \Longrightarrow x_0^2 = 16 \Longrightarrow x_0 = \pm 4$$
El único valor común a ambos resultados es $x_0 = 4$, que es la abscisa del punto que buscábamos. Como $g(4) = -\dfrac{4^2}{4} = -4$, el punto es $(4, -4)$.

Resumimos la conclusión de esta parte: la recta tangente a $f$ en $x = 1$ es $y = 4 - 2x$. Ésta recta es también tangente a $g$ pero en el punto $x = 4$.

Veamos ahora la segunda parte. La gráfica de la función par $f$ es una parábola, por tanto, averiguando los cortes con los ejes, el vértice y la concavidad o convexidad es suficiente. Sea $y = f(x) = 3 - x^2$. Para $x = 0 \Longrightarrow y = f(0) = 3$, luego un corte es $O(0, 3)$. Al revés, para $y = 0$, es
$$3 - x^2 = 0 \Longrightarrow x^2 = 3 \Longrightarrow x = \pm\sqrt{3}$$
En definitiva, tenemos tres cortes: $(0, 3)$, $(\sqrt{3}, 0)$ y $(-\sqrt{3}, 0)$. Veamos el vértice:
$$f'(x) = -2x = 0 \Longrightarrow x = 0 \Longrightarrow y = f(0) = 3$$
es decir, el punto $V(0, 3)$ es el vértice. Por último, $f''(x) = -2 < 0$, luego $f$ es cóncava.

Lo mismo con $g$, es par y la gráfica es también una parábola. Sea $y = g(x) = -x^2/4$. Para $x = 0 \Longrightarrow y = g(0) = 0$, luego un corte es $O(0, 0)$. Al revés, para $y = 0$, es
$$-\frac{x^2}{4} = 0 \Longrightarrow x = 0$$
En definitiva, un único corte $(0, 0)$. Veamos el vértice:
$$g'(x) = -\frac{x}{2} = 0 \Longrightarrow x = 0 \Longrightarrow y = f(0) = 0$$
es decir, el punto $W(0, 0)$ es el vértice. Por último, $g''(x) = -\frac{1}{2} < 0$, luego $g$ es cóncava.

Veamos ahora los puntos de corte de $f$ y $g$. Tenemos
$$3 - x^2 = -\frac{x^2}{4} \Longrightarrow 3 = x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{3x^2}{4} \Longrightarrow x^2 = 4 \Longrightarrow x = \pm 2$$
El recinto pedido es:



Con esto acaba la segunda parte. El área del recinto es:

$$S = \int_1^2 \left[(4-2x) - (3-x^2)\right]\, dx + \int_2^4 \left[(4-2x) - \left(-\frac{x^2}{4}\right)\right]\, dx$$

Por un lado

$$\int_1^2 \left[(4-2x) - (3-x^2)\right]\, dx = \int_1^2 (x^2-2x+1)\, dx = \int_1^2 (x-1)^2\, dx = \left[\frac{(x-1)^3}{3}\right]_1^2 = \frac{1}{3}$$

Por otro

$$\int_2^4 \left[(4-2x) - \left(-\frac{x^2}{4}\right)\right]\, dx = \int_2^4 \frac{(x-4)^2}{4}\, dx = \frac{1}{4}\left[\frac{(x-4)^3}{3}\right]_2^4 =$$

$$= \frac{1}{12}\left[(x-4)^3\right]_2^4 = \frac{1}{12}\left(0-(-2)^3\right) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Finalmente

$$S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

**Problema 2.3** 1. Justificar que es posible hacer un pago de $34,50$ euros cumpliendo las siguientes restricciones:

- Utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros.
- Se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas.
- Tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimos y 2 euros juntas.

¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago?.

2. Si se redondea la cantidad a pagar a 35 euros, justificar si es posible o no seguir haciendo el pago bajo las mismas condiciones que en el apartado anterior.

Sea

$$\begin{aligned} x &= \text{número de monedas de medio euro} \\ y &= \text{número de monedas de 1 euro} \\ z &= \text{número de monedas de 2 euros} \end{aligned}$$

Las condiciones del problema se traducen en el sistema:

$$\begin{aligned} &0,5x + y + 2z = 34,5 \\ &x + y + z = 30 \\ &y = x + z \end{aligned}$$

Sustituyendo $x+z$ por $y$ en la segunda resulta $2y = 30 \Longrightarrow y = 15$. Sustituyendo en la primera y tercera y simplificando:

$$\begin{aligned} x + 4z &= 39 \\ x + z &= 15 \end{aligned}$$

Restando a la primera la segunda, $3z = 24 \Longrightarrow z = 8$, y de aquí $x = 7$. Concluyendo:

$$x = 7,\ y = 15,\ z = 8$$

Para la segunda parte, el sistema a considerar, sería:

$$
\begin{aligned}
&0,5x + y + 2z = 35 \\
&x + y + z = 30 \\
&y = x + z
\end{aligned}
$$

Procediendo de la misma forma, la solución de éste sistema es:

$$x = \frac{20}{3}, \; y = 15, \; z = \frac{25}{3}$$

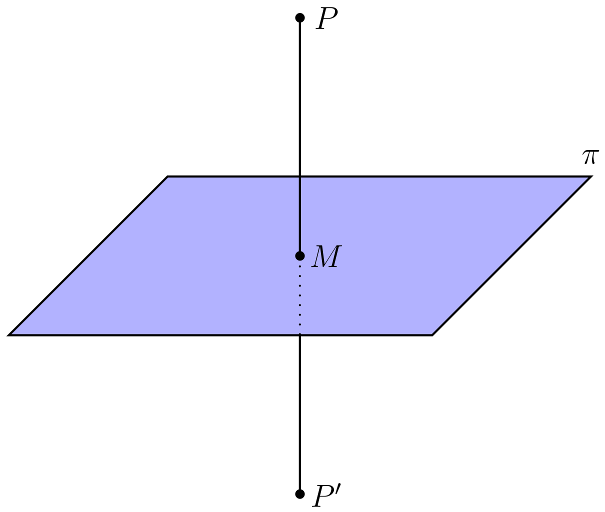
lo que no es posible, ya que las variables $x, y, z$ deben ser números enteros, y éstos no lo son.

**Problema 2.4** Consideremos el punto $P(2, -1, 3)$ y el plano $\pi$ de ecuación $3x + 2y + z = 5$.

1. Calcular el punto simétrico de $P$ respecto de $\pi$.

2. Hallar la distancia de $P$ a $\pi$.

Sea $P'$ el punto simétrico que vamos buscando, $r$ la recta que pasa por $P$ y $P'$, $M$ el punto de corte de $r$ con $\pi$ (ver figura):




El vector $\vec{n} = (3, 2, 1)$ formado con los coeficientes de la $x$, $y$ y $z$ de $\pi$ es un vector perpendicular a $\pi$, luego es un vector director de $r$, cuya ecuación continua es:

$$r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$$

El punto medio $M$ del segmento $PP'$ es tal que $M \in r$ y $M \in \pi$, por tanto, para su cálculo es necesario resolver el sistema de recta y plano. Como ecuaciones, en la recta, elegimos primera con tercera y segunda con tercera, es decir, el sistema a resolver es:

$$
\begin{aligned}
&3x + 2y + z = 5 \\
&\frac{x-2}{3} = z - 3 \\
&\frac{y+1}{2} = z - 3
\end{aligned}
$$

cuya solución es

$$x = \frac{11}{7},\ y = -\frac{9}{7},\ z = \frac{20}{7}$$

y por tanto $M\left(\frac{11}{7}, -\frac{9}{7}, \frac{20}{7}\right)$. También

$$\overrightarrow{PM} = M - P = \left(\frac{11}{7}, -\frac{9}{7}, \frac{20}{7}\right) - (2, -1, 3) = \left(-\frac{3}{7}, -\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}\right)$$

Como $\overrightarrow{PP'} = 2\overrightarrow{PM} \Longrightarrow P' = P + \overrightarrow{PM}$, es decir

$$P' = (2, -1, 3) + 2\left(-\frac{3}{7}, -\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}\right) = \left(\frac{8}{7}, -\frac{11}{7}, \frac{19}{7}\right)$$

Para la segunda parte, podemos hallar $d(P,\pi)$ de dos formas. La primera es utilizando la fórmula ($P(x_1, y_1, z_1)$, $\pi \equiv ax + by + cz + d = 0$):

$$d(P,\pi) = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Por tanto:

$$d(P,\pi) = \frac{|3 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + 3 - 5|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$

y la segunda es teniendo en cuenta que $d(P,\pi) = ||\overrightarrow{PM}||$, luego:

$$||\overrightarrow{PM}|| = \left|\left|\left(-\frac{3}{7}, -\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}\right)\right|\right| = \frac{1}{7}||(3, 2, 1)|| = \frac{1}{7}\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{14}}{7}$$